

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
уравнений в частных производных  
и теории вероятностей



А.В. Глушко

16.04.2024

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Б1.О.13.05 Макростатистический анализ и прогнозирование**

1. Специальность: 10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности
2. Специализация: Информационная безопасность финансовых и экономических структур
3. Квалификация выпускника: специалист по защите информации
4. Форма обучения: Очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра уравнений в частных производных и теории вероятностей математического факультета
6. Составители программы: Рябенко Александр Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент
7. Рекомендована: Научно-методическим советом математического факультета  
Протокол №0500-03 от 28.03.24
8. Учебный год: 2027/ 2028                      Семестр: 7.

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели изучения дисциплины:

- ознакомление учащихся с методами многомерного статистического анализа данных об экономических объектах, системах, процессах;
- ознакомление учащихся с методами прогнозирования экономических объектов, систем и процессов.

Задачи учебной дисциплины:

- рассмотреть существующие методы для анализа значительных объемов многомерных данных;
- изучить методы поиска закономерностей в данных и методы разбиения данных на классы;
- сформировать способность использовать математический аппарат теории вероятностей и математической статистики в решении экономических задач;
- получить практические навыки для анализа массивов финансовых данных;
- научить проводить эконометрические исследования от этапа постановки задач и выдвижения гипотез до анализа результатов и выводов.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:** Блок 1; обязательная часть, специализация № 2: информационная безопасность финансовых и экономических структур.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Алгебра», «Математический анализ», «Геометрия», «Информатика», «Теория вероятностей», «Математическая статистика», «Многомерный статистический анализ и прогнозирование».

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами линейной алгебры, элементами теории вероятностей и элементами математической статистики.

Знание методов макростатистического анализа и прогнозирования является базовыми при изучении и прогнозировании экономических объектов, систем и процессов. Знания, умения и навыки, полученные в результате освоения дисциплины, могут быть применены при изучении дисциплин: «Современные платежные системы и их безопасность», «Финансовый анализ», «Математические методы в задачах финансового мониторинга», «Анализ типологий финансовых махинаций», «Основы финансового расследования», «Математические модели финансового анализа», «Теория рисков».

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-2.1	Способен проводить комплексный анализ функционирования финансовых и экономических структур государственного или системообразующего уровня с целью	ОПК-2.1..1	Использует статистические методы анализа временных рядов, обобщает и интерпретирует результаты статистического анализа при анализе финансовых операций	<p>Знать: как использовать статистические методы анализа временных рядов, обобщать и интерпретировать результаты статистического анализа при анализе финансовых операций.</p> <p>Уметь: использовать статистические методы анализа временных рядов, обобщать и интерпретировать результаты статистического анализа при анализе финансовых операций.</p> <p>Владеть: методами, позволяющими</p>

	выявления угроз (отрицательных тенденций) национальной безопасности Российской Федерации			использовать статистические методы анализа временных рядов, обобщать и интерпретировать результаты статистического анализа при анализе финансовых операций
--	--	--	--	--

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 2/ 72.

Форма промежуточной аттестации: Зачет – 7 семестр

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			7 семестр
Контактная работа		48	48
в том числе:	лекции	32	14
	практические	16	14
	лабораторные		
	курсовая работа		
	контрольные работы	1	1
Самостоятельная работа		24	24
Промежуточная аттестация			
Итого:		72	72

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Вероятностное описание случайных величин	Случайное событие. Вероятность. Случайная величина. Законы распределения случайной величины. Характеристики распределения случайной величины: показатели центра распределения, моменты распределения, меры рассеяния, коэффициент асимметрии, эксцесс. Плотность функции от случайной величины. Математическое ожидание функции от случайной величины. Линейное преобразование случайной величины.	-
1.2	Аналитические законы распределения случайной величины	Распределение: Биномиальное, Пуассона, равномерное, нормальное, логнормальное, Лапласа, Коши, Парето, обобщенное экспоненциальное. Поиск интегральной функции распределения.	
1.3	Оценка параметров распределения по выборке случайной величины	Оценка центра распределения, дисперсии, среднеквадратичного отклонения, асимметрии и эксцесса. Исключение промахов из выборки	
1.4	Статистические выводы	Выборочное распределение выборочной средней. Доверительные интервалы для среднего и дисперсии. Статистическая проверка гипотез о	

		величине среднего и дисперсии.	
1.5	Идентификация закона распределения случайной величины	Группировка данных. Оптимальное число интервалов группировки. Использование критериев согласования.	
1.6	Корреляция случайных величин	Функция регрессии. Линейная корреляция. Коэффициент корреляции. Ковариация. Оценка по выборке ковариации, коэффициентов корреляции и коэффициентов линейной регрессии.	
1.7	Регрессионный анализ	Выбор вида математической модели. Расчет параметров математической модели. Метод наименьших квадратов. Оценка параметров однофакторной линейной регрессии. Прогнозирование на основе однофакторной линейной регрессии. Сведение нелинейной функциональной зависимости к линейной путем преобразования данных	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Применение метода наименьших квадратов при изучении временных рядов	Модель динамики цен активов. Определение тренда. Статистические выводы о величине параметров регрессии. Проверка допущения метода наименьших квадратов.	
2.2	Сглаживание временных рядов	Типы скользящих средних: простая средняя, взвешенная средняя, экспоненциальная средняя. Дисперсия скользящих средних.	
2.3	Адаптивное моделирование временных рядов	Моделирование линейного и параболического тренда с помощью экспоненциальных скользящих средних	
<b>3. Лабораторные занятия</b>			
3.1			
3.2			

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Вероятностное описание случайных величин	2				2
2	Аналитические законы распределения случайной величины	2				2
3	Оценка параметров распределения по выборке случайной величины	4				4
4	Статистические выводы	4				4
5	Идентификация закона распределения случайной величины	5				5
6	Корреляция случайных величин	7				7
7	Регрессионный анализ	8			6	14
8	Применение метода наименьших квадратов при изучении временных рядов		6		6	12
8	Сглаживание временных рядов		5		6	11
10	Адаптивное моделирование		5		6	11

	временных рядов					
	Итого:	32	16		24	72

#### **14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Преподавание дисциплины заключается в чтении лекций и проведении практических занятий. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Макростатистический анализ и прогнозирование» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.
2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутствующий час преподавателю.
3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.
4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены на кафедральном сайте <http://www.kuchp.ru>

##### Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом и составляет 24 часа. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки, написание рефератов.

Примерные темы рефератов: Регрессионный анализ; Применение метода наименьших квадратов при изучении временных рядов; Сглаживание временных рядов; Адаптивное моделирование временных рядов.

Рефераты оцениваются по системе «зачтено» / «не зачтено». Оценка «зачтено» ставится в случае раскрытия предложенной темы, оценка «не зачтено» ставится в случае, если тема не раскрыта.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Симушкин С.В. Методы теории вероятностей: учебное пособие / С.В.Симушкин. – СПб: Издательство «Лань», 2020. – 548 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
2	Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков.– СПб: Издательство «Лань», 2021. – 704 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
3	Кузнецова О. В. Математика и математическая статистика: практикум / Кузнецова О. В. – Ижевская государственная сельскохозяйственная академия, 2020. – 59 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	Круценюк К. Ю. Корреляционно-регрессионный анализ в эконометрических моделях: Учебное пособие / К. Ю. Круценюк. – Заполярный государственный университет им. Н.М. Федоровского, 2018. – 108 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Гребнев Л. С. Экономика: учебник / Л. С. Гребнев. – Издательство "Логос", 2020. – 408 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
2	Кремер Н. Ш. Исследование операций в экономике: Учебное пособие для вузов / Н. Ш. Кремер и др. – М.:ЮНИТИ, 2006. – 407 с.
3	Булашев С. В. Статистика для трейдеров / С. В. Булашев. – М.: Компания Спутник +, 2003. – 245 с.
4	Чжун К. Л. Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика / К. Л. Чжун, Ф. АитСахлиа. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 455 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Источник
1	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ

2	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
3	ЭБС «Лань»

#### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Симушкин С.В. Методы теории вероятностей: учебное пособие / С.В.Симушкин. – СПб: Издательство «Лань», 2020. – 548 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
2	Боровков А. А. Математическая статистика / А. А. Боровков.– СПб: Издательство «Лань», 2021. – 704 с. // Электронно-библиотечная система «Лань». – URL: <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
3	Кремер Н. Ш. Исследование операций в экономике: Учебное пособие для вузов / Н. Ш. Кремер и д.р. – М.:ЮНИТИ, 2006. – 407 с.
	Булашев С. В. Статистика для трейдеров / С. В. Булашев. – М.: Компания Спутник +, 2003. – 245 с.

#### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Перечень необходимого программного обеспечения: Microsoft Windows Server 2008, Microsoft Windows 10 Enterprise 64 bit, LibreOffice 6 (*Writer (текстовый процессор), Calc (электронные таблицы), Impress (презентацию), Draw (векторная графика), Base (база данных), Math (редактор формул)*), Maxima, Total Commander, WinDjView, Foxit Reader, 7-Zip, Mozilla Firefox.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:** Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации (394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I). Специализированная мебель.

#### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Вероятностное описание случайных величин	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
2.	Аналитические законы распределения случайной величины	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
3.	Оценка параметров распределения по выборке случайной величины	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
4.	Статистические выводы	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
5.	Идентификация закона распределения случайной величины	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
6.	Корреляция случайных величин	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
7.	Регрессионный анализ	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
8.	Применение метода наименьших квадратов при изучении временных рядов	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
9.	Сглаживание временных рядов	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
10.	Адаптивное моделирование временных рядов	ОПК-2.1	ОПК-2.1..1	контрольная работа, перечень вопросов к зачёту
Промежуточная аттестация форма контроля - Зачёт				Перечень вопросов к зачёту

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

#### Примерный перечень задач для контрольной работы

1. Случайное событие. Вероятность. Случайная величина. Законы распределения случайной величины.

2. Характеристики распределения случайной величины: показатели центра распределения, моменты распределения, меры рассеяния, коэффициент асимметрии, эксцесс. Плотность функции от случайной величины.

3. Математическое ожидание функции от случайной величины. Линейное преобразование случайной величины.

4. Биномиальное распределение, распределение Пуассона, равномерное распределение.

5. Нормальное распределение, логнормальное распределение.

6. Распределение Лапласа, распределение Коши, распределение Парето, обобщенное экспоненциальное распределение.

7. Поиск интегральной функции распределения.

8. Оценка центра распределения, дисперсии, среднеквадратичного отклонения.

9. Оценка асимметрии и эксцесса. Исключение промахов из выборки, асимметрии и эксцесса. Исключение промахов из выборки.

10. Доверительные интервалы для среднего и дисперсии.

11. Статистическая проверка гипотез о величине среднего и дисперсии.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

К основным формам текущего контроля можно отнести устный опрос, проверку домашних заданий, контрольные работы.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями, если контрольная проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ контрольной содержат три задания. На написание контрольной работы отводится 90 минут. Контрольная работа оценивается в формате «зачтено» и «не зачтено». Для получения «зачтено» в контрольной работе нужно верно решить два задания. «Не зачтено» выставляется в том случае, если ответ обучающегося не удовлетворяет критериям ответа на «зачтено».

### 20.2. Промежуточная аттестация

#### Перечень вопросов к зачёту

1. Группировка данных. Оптимальное число интервалов группировки.

2. Использование критериев согласования.

3. Функция регрессии. Линейная корреляция. Коэффициент корреляции. Ковариация.

4. Оценка по выборке ковариации, коэффициентов корреляции и коэффициентов линейной регрессии.
5. Выбор вида математической модели. Расчет параметров математической модели.
6. Метод наименьших квадратов. Проверка допущения метода наименьших квадратов.
7. Оценка параметров однофакторной линейной регрессии. Прогнозирование на основе однофакторной линейной регрессии.
8. Сведение нелинейной функциональной зависимости к линейной путем преобразования данных.
9. Модель динамики цен активов. Определение тренда.
10. Статистические выводы о величине параметров регрессии.
11. Простая скользящая средняя. Взвешенная скользящая средняя.
12. Экспоненциальная скользящая средняя. Дисперсия скользящих средних.
13. Моделирование линейного тренда с помощью экспоненциальных скользящих средних.
14. Моделирование параболического тренда с помощью экспоненциальных скользящих средних.

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины «Макростатистический анализ и прогнозирование» в форме зачета.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра и может завершать изучение как отдельной дисциплины, так и ее разделов. Промежуточная аттестация помогает оценить более крупные совокупности знаний и умений, в некоторых случаях даже формирование определенных профессиональных компетенций.

На зачёте оценивается уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенций оценками «зачтено» и «не зачтено».

В ходе зачёта обучающемуся выдается КИМ с практическими заданиями, если зачёт проводится в дистанционной форме, то КИМ размещаются в системе «Электронный университет». КИМ зачёта содержат три вопроса. На написание зачёта отводится 120 минут. «Зачтено» выставляется при правильном ответе на два и более вопросов КИМ. «Не зачтено» выставляется при правильном ответе менее чем на два вопроса КИМ.

### Задания открытого типа (число) Test1-5:

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### Test1

Дана выборка

$x_i$	2	2	2
$n_i$	10	30	10

Тогда выборочное среднее равно ...

#### Решение.

Выборочное среднее вычисляется по формуле:  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i$ , где  $n_i$  – сумма частот вариант частичного интервала  $x_i$ . Тогда,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i = \frac{1}{50} (1 \cdot 10 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 10) = 2.$$

Выборочное среднее исходной выборки равно 1

**Ответ**

1

**Test2**

Закон распределения дискретной случайной величины  $X$  задан таблицей:

Значения $x_i$	-2	$x_2$	0	1
Вероятности $p_i$	0,1	0,5	0,25	0,15

Найти значение  $x_2$ , если  $M(X) = -0,55$ . (правильный ответ: 2 балла)

**Решение.**

Запишем выражение для математического ожидания

$$M(X) = -2 * 0,1 + x_2 * 0,5 + 0 * 0,25 + 1 * 0,15 = -0,55.$$

Тогда  $x_2 = -1$ .

**Ответ**

-1

**Test3**

Результаты измерений некоторой случайной величины (в мм.) одним прибором (без систематических ошибок), приведены в таблице:

Номер измерения	1	2	3
$x_i$	26	30	34

В этом случае несмещенная оценка дисперсии равна...

**Решение.**

Несмещенная оценка дисперсии - состоятельная оценка дисперсии (исправленная

дисперсия). 
$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 .$$

Находим несмещенную оценку математического ожидания

$$\bar{x} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 x_i = \frac{1}{3} (26 + 30 + 34) = 30$$

Дополним таблицу:

Номер измерения	1	2	3
$x_i$	26	30	34

$x_i - \bar{x}$	-4	0	4
$(x_i - \bar{x})^2$	16	0	16

Тогда

$$S^2 = \frac{1}{2}(16 + 0 + 16) = 16$$

**Ответ**

16

**Test4**

Задан закон распределения дискретной двумерной с.в.  $(X, Y)$  в виде таблицы:

$Y \backslash X$	3	5
-2	0,15	0,17
2	0,23	0,45

Известны среднеквадратические отклонения  $\sigma_x = 1,87$ ,  $\sigma_y = 0,97$ .

Коэффициент корреляции случайных величин  $X$  и  $Y$  равен... (ответ округлите до тысячных)

**!Solution:**

Коэффициент корреляции случайных величин  $X$  и  $Y$  вычисляется по формуле:

$$r_{XY} = \frac{K_{xy}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

где  $K_{xy}(x, y) = M(X \cdot Y) - MX \cdot MY$ .

$$K_{xy}(x, y) = -2 \cdot 3 \cdot 0,15 - 2 \cdot 5 \cdot 0,17 + 2 \cdot 3 \cdot 0,23 + 2 \cdot 5 \cdot 0,45 - (-2 \cdot 0,15 - 2 \cdot 0,17 + 2 \cdot 0,23 + 2 \cdot 0,45) \times (3 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,23 + 5 \cdot 0,17 + 5 \cdot 0,45) = -0,9 - 1,7 + 1,38 + 4,5 - 0,72 \cdot 4,34 = -2,6 + 5,88 - 3,0528 = 0,2272$$

Поэтому

$$r_{XY} = \frac{0,2272}{1,87 \cdot 0,97} = 0,181$$

**Ответ**

0,181

**Test5**

Реализацией выборки  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$  являются следующие данные: -1,3; 1,5; -2,1; 0,1; 0,7. Чему равно значение эмпирической функции распределения  $F_5^*(0,3)$ ?

**Решение.**

Эмпирической функцией распределения (выборочной функцией распределения)

называют величину  $F_n^*(x) = \frac{\mu_n(x, \vec{\xi})}{n}$ , где,  $\mu_n(x, \vec{\xi})$  число элементов выборки

$\vec{\xi} = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  объёма  $n$ , значения которых меньше или равно  $x$ .

$$\mu_n(x, \vec{\xi}) = \sum_{i=1}^n 1(\xi_i \leq x)$$

$1_A$  - индикаторная функция:

$$1_A = \begin{cases} 1, & \text{событие } A \text{ - достоверно} \\ 0, & \text{событие } A \text{ - недостоверно} \end{cases}$$

Построим вариационный ряд реализации выборки: -2,1;-1,3;0,1;0,7;1,5.

Эмпирическая функция распределения  $F_5^*(x)$  - ступенчатая функция с величиной скачка равной 0,2,

$$F_5^*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2,1 \\ \frac{1}{5}, & -2,1 < x \leq -1,3 \\ \frac{2}{5}, & -1,3 < x \leq 0,1 \\ \frac{3}{5}, & 0,1 < x \leq 0,7 \\ \frac{4}{5}, & 0,7 < x \leq 1,6 \\ 1, & x > 1,6 \end{cases}$$

Точка  $x = 0,3 \in (0,1;0,7]$ , следовательно  $F_5^*(0,3) = \frac{3}{5} = 0,6$

**Ответ**

0,6

### Задачи на соответствие **!Task6-10**

- (2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

**!Task6** Установите соответствие между понятиями вероятности ошибки первого и второго рода и правилом (статистическим критерием), по которому статистическая гипотеза  $H_0$  отклоняется или принимается:

Вероятность допустить ошибку первого рода	отклонение основной(нулевой) гипотезы $H_0$ , которая в действительности является верной;
Вероятность допустить ошибку второго рода	принятие основной(нулевой) гипотезы $H_0$ , когда она неверна (отклонение альтернативной гипотезы, которая в действительности является верной);

Мощность критерия	вероятность не допустить ошибку второго рода, т.е. отвергнуть гипотезу $H_0$ , когда она неверна.
	критическая область

### !Task7

Установите соответствие между функцией плотности распределения вероятностей непрерывной с. в.  $X$  и значениями ее математического ожидания и дисперсии

$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x \in [1; 4] \\ 0, & x \notin [1; 4] \end{cases}$	$M(X) = 1,5, \quad D(X) = 0,75$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x \in [-2; 2] \\ 0, & x \notin [-2; 2] \end{cases}$	$M(X) = 0, \quad D(X) = \frac{4}{3}$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [1; 6] \\ 0, & x \notin [1; 6] \end{cases}$	$M(X) = 3,5, \quad D(X) = \frac{25}{12}$
	$M(X) = 1,5, \quad D(X) = \frac{5}{12}$

### !Solution

1) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[1; 4]$ :  $a = 1, b = 4$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 2,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{3^2}{12} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

2) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[-2; 2]$ :  $a = -2, b = 2$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 0;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{4^2}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}.$$

3) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[1; 6]$ :  $a = 1; b = 6$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 3,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{5^2}{12} = \frac{25}{12}.$$

### !Task8

Установить соответствие между выбором решения о принятии или отклонении основной гипотезы и неравенствами, определяющими критические области:

Критическая область для проверки гипотезы $H_0$ имеет вид $(K_{кр}, +\infty)$ . Гипотеза будет отвергнута, если	$K_{набл} > K_{кр}$ .
--	-----------------------

Критическая область для проверки гипотезы $H_0$ имеет вид: $(-\infty, K_{кр})$ . Гипотеза будет отвергнута, если	$K_{набл} < K_{кр}$ .
Область принятия гипотезы $H_0$ имеет вид $(-K_{кр}, K_{кр})$ . Гипотеза $H_0$ будет принята, если:	$ K_{набл}  < K_{кр}$ .
	$K_{набл} = K_{кр}$

### !Task9

Установите соответствие между функцией плотности распределения вероятностей непрерывной с. в.  $X$  и значениями ее математического ожидания и дисперсии

$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [-1; 4] \\ 0, & x \notin [-1; 4] \end{cases}$	$M(X) = 1,5, \quad D(X) = \frac{25}{12}$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [2; 4] \\ 0, & x \notin [2; 4] \end{cases}$	$M(X) = 3, \quad D(X) = \frac{1}{3}$
$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{7}, & x \in [-1; 6] \\ 0, & x \notin [-1; 6] \end{cases}$	$M(X) = 2,5, \quad D(X) = \frac{49}{12}$
	$M(X) = 8, \quad D(X) = -3,5$

### !Solution

1) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[-1; 4]$ :  $a = -1, b = 4$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 1,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{5^2}{12} = \frac{25}{12}.$$

2) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[2; 4]$ :  $a = 2, b = 4$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 3;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

3) С. в.  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[-1; 6]$ :  $a = -1; b = 6$ .

$$M(X) = \frac{b+a}{2} = 2,5;$$

$$D(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{49}{12}.$$

### !Task10

Уравнение регрессии  $X$  на  $Y$  имеет вид:  $x_y = 0,3y - 3,5$ , где  $X$  - среднесуточная численность работающих (тыс. человек) и  $Y$  – объем валовой продукции (млн. руб.) Коэффициент корреляции между признаками  $r = 0,9$ , средний объем валовой продукции равен 30 млн. руб. Установить соответствие между средним объемом валовой продукции при различной среднесуточной численности рабочих на предприятии.

4 тыс. человек;	25,95 млн. руб.
5 тыс. человек;	28,65 млн. руб.
4,5 тыс. человек	27,3 млн. руб.
	30,0 млн. руб.

### Решение.

Из уравнения регрессии  $X$  на  $Y$  коэффициент регрессии  $b_{xy}$  равен 0,3. Находим

коэффициент регрессии  $Y$  на  $X$   $b_{yx}$  по формуле  $b_{yx} = \frac{r^2}{b_{xy}} = \frac{0,9^2}{0,3} = 2,7$ . Значение

среднесуточной численности рабочих находим по заданному уравнению регрессии:

$\bar{x} = 0,3 \cdot 30 - 3,5 = 9 - 3,5 = 5,5$  (тыс. человек). Получим уравнение регрессии  $Y$  на  $X$ :

$$y_x - 30 = 2,7(x - 5,5) \text{ т.е. } y_x = 2,7x + 15,15$$

Таким образом:

$$1. \quad y_x = 2,7 \cdot 4 + 15,15 = 25,95;$$

$$2. \quad y_x = 2,7 \cdot 5 + 15,15 = 28,65;$$

$$y_x = 2,7 \cdot 4,5 + 15,15 = 27,3$$

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков)**